

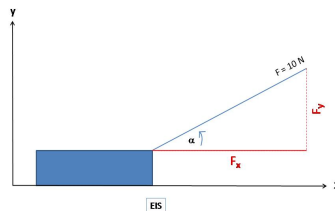
Lösungshinweise Mechanik 2

Bewegungen 2-D

Aufgabe 1

Ein Gegenstand der Masse 10 kg wird an einem Seil über Eis gezogen. Das Seil bildet mit der Waagerechten einen Winkel von $\alpha = 35^\circ$. Die Kraft, mit der der Schlitten gezogen wird ist 10 N und der Vorgang sei reibungsfrei.

a) Welche Beschleunigung a erfährt der Schlitten entlang des Eises?



Lösung:

1. Zerlegung der Kraft: Ein x - y -Koordinatensystem wird so gelegt, dass die x -Achse entlang der Bewegungsrichtung zeigt. Die *senkrechte Projektion* der Kraft $F = 10$ N entspricht der y -Komponente. Die x -Komponente wird ebenfalls durch die Projektion festgelegt, die ist die gesuchte Kraft F_x entlang der Bewegungsrichtung.

2. Es gilt in dem Dreieck: $AK = F_x$, $H = F = 10$ N. Hier ist die Ankathete zur Hypotenuse:

$$\frac{F_x}{F} = \cos \alpha.$$

und so $F_x = F \cdot \cos \alpha \leadsto F_x \approx 8,2$ N.

3. Es ist $F = ma \leadsto F/m = a \leadsto a \approx 0,82$ m/s².

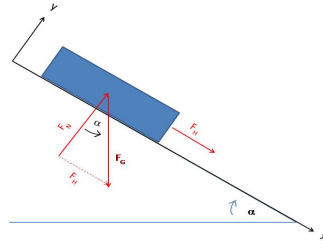
Aufgabe 2

Ein Gegenstand der Masse 10 kg gleitet reibungsfrei eine schiefe Ebene hinab. Die Ebene schließt mit der Waagerechten den Winkel α ein. F_N bezeichnet die Normalkraft, die von der Ebene aufgebracht wird, F_G die Gewichtskraft und F_H die Hangabtriebskraft entlang der Bewegungsrichtung.

a) Bestimmen Sie die Normalkraft und die Hangabtriebskraft.

b) Welche Beschleunigung a hat der Schlitten?

c) Welche Werte nehmen F_N und F_G an, wenn $\alpha = 0^\circ$ und dann $\alpha = 90^\circ$ ist?



Lösung:

- a) 1. Wieder wird die x -Achse eines Koordinatensystems entlang der Bewegungsrichtung gelegt. Die Hangabtriebskraft wirkt dann in x -Richtung. Diese ist selbst eine Komponente der Erdanziehungskraft F_G , die die Beschleunigung letztendlich verursacht.
 2. Die Gravitationskraft F_G wirkt senkrecht nach unten. Die gesuchte Hangabtriebskraft F_H stellt die Gegenkathete in einem Dreieck dar, dessen Winkel α sich zwischen F_G und ihrer y -Komponente (der sogen. Normalenkraft senkrecht zur Bahn) befindet. Es ist:

$$\frac{F_H}{F_G} = \sin \alpha$$

und so $F_H = F_G \cdot \sin \alpha$. Die Normalenkraft F_N folgt analog: $F_N = F_G \cdot \cos \alpha$.

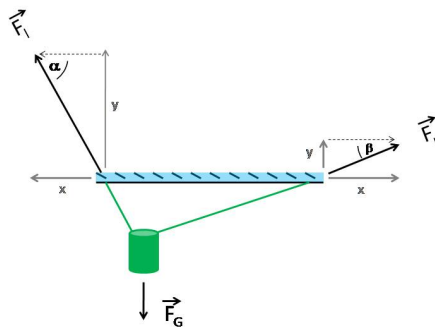
- b) Aus $F_H = F_G \cdot \sin \alpha$ folgt $ma = mg \sin \alpha$ und nach kürzen der Masse: $a = g \sin \alpha$.

- c) $F_H = F_G \cdot \sin(0^\circ) = 0$. Es gibt keine Hangabtriebskraft. Der Schlitten beschleunigt nicht, wenn die Ebene keine Neigung mehr hat. $F_H = F_G \cdot \sin(90^\circ) \leadsto F_H = F_G$. Die Ebene steht senkrecht. Die Hangabtriebskraft ist die Gravitationskraft und der Schlitten beschleunigt im freien Fall mit g .

Aufgabe 3 (Kräftegleichgewicht)

Ein Gegenstand der Masse $m = 1 \text{ kg}$ hängt an zwei Seilen an der Decke. Dabei schließt das linke Seil mit der Decke den Winkel von $\alpha = 80^\circ$ und das rechte Seil den Winkel $\beta = 5^\circ$ mit der Decke ein.

Welche Kräfte wirken in den Aufhängepunkten links und rechts?



Lösung:

Sowohl in x-Richtung als auch in y-Richtung muss getrennt betrachtet Kräftegleichgewicht herrschen:

- x-Richtung: $F_{x_l} = F_{x_r}$
- y-Richtung: $F_{y_l} + F_{y_r} = F_G$

Man möchte jedoch die Kräfte F_l und F_r wissen. Es ist $F_{x_l}/F_l = \cos \alpha \leadsto F_{x_l} = F_l \cos \alpha$. (Analog $:F_{x_r}, F_{y_l}, F_{y_r}$!) Ersetzen in die obigen Gleichungen ergibt:

- Gleichung 1: $\vec{F}_l \cos \alpha = \vec{F}_r \cos \beta$
- Gleichung 2: $\vec{F}_l \sin \alpha + \vec{F}_r \sin \beta = \vec{F}_G$,

Beispielsweise Gleichung 1 nach F_l aufgelöst:

$\vec{F}_l \approx 5,34F_r$. Eingesetzt in Gleichung 2 ergibt: $\vec{F}_r \approx 1,83\text{N}$ und dann $\vec{F}_l \approx 9,80\text{N}$.